УДК 524.8 + 530.145

«КВАНТОВОЕ» ВРЕМЯ В КОСМОЛОГИИ ФРИДМАНА

В.Н. Первушин

Предлагается альтернативное определение «наблюдаемого» времени в космологии Фридмана исходя из условия сохранения «квантовой» энергии Вселенной, которая вычисляется проекцией полного действия ОТО на решения уравнений связи. Физическим следствием такого определения времени может быть периодическая структура Вселенной.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

«Quantum» Time in the Friedmann Cosmology

V.N. Pervushin

The alternative definition of the «observable» time in the Friedmann cosmology is supposed. This definition is based on the conservation law of the «quantum» energy of the Universe, which is determined by the projection of the total action of the Einstein theory onto the explicit solutions of the constraint equation. The physical consequence of this definition of the time can be the periodic structure of the Universe.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

1. Определение наблюдаемого времени является одним из центральных моментов космологии Фридмана. В настоящей заметке мы хотели бы обратить внимание на возможность его альтернативного определения — введения нового времени «квантового наблюдателя». Будем исходить из построения гамильтониана ОТО на решениях уравнений связи [1] в приближении замкнутой Вселенной Фридмана.

2. Рассмотрим теорию Эйнштейна в приближении изотропного замкнутого пространства. Действие теории с учетом полных производных имеет вид

$$W = V_0(r_0)\left\{\int_0^T dt\left[(\dot{\mu}P - \alpha\mathcal{H} - \frac{\dot{P}}{2}\right]\right\} \quad \left(\dot{P} = \frac{dP}{dt}\right), \qquad (1)$$

$$\mathcal{H} = a^3\left[-\frac{1}{2}\frac{P^2}{\kappa_3^2 a^6} + T_0^0 - \frac{1}{2\kappa_3^2 a^2 r_0^2}\right] \quad \left(\kappa_3^2 = \frac{\kappa^2}{6}\right), \qquad (2)$$

где μ есть логарифмическая шкала пространства ($\mu = \ln a$), P — ее канонический импульс, $V_0(r_0) = 2\pi^2 r_0^3$ — объем пространства постоянной кривизны, T_0^0 — однородная часть плотности энергии материи, α — шкала времени.

Классическая теория (1) описывается тремя уравнениями на α, P, μ:

$$\mathcal{H} = 0, \ \frac{1}{\alpha}\dot{\mu} = -\frac{\kappa_3^2 P}{a^3}, \ \frac{1}{\alpha}\dot{P} = -\frac{d}{d\mu}\mathcal{H}, \tag{3}$$

инвариатными относительно репараметризации времени $t \to t'(t)$. Первое из них — связь первого рода, а третье тождественно первым двум. Данные уравнения позволяют однозначно определить инвариат теории — собственное время

$$dT_F = \alpha_{\pm} dt = -\frac{d\mu a^3}{\kappa_3^2 P_{(\pm)}}, \ P_{(\pm)} = \mp \frac{a^3}{\kappa_3}\left[2T_0^0 - \frac{1}{\kappa_3^2 a^2 r_0^2}\right], \tag{4}$$

являющееся наблюдаемым временем в космологии Фридмана, относительно которого описывается эволюция шкалы t.

3. Имеются два противоположных подхода к квантованию теории (1): а) общепринятый [2], когда все компоненты метрики α, a трактуются динамическими полями и связи первого рода налагаются на волновую функцию, в результате чего возникает уравнение Уиллера — Де Витта, $\mathcal{H}\Psi = 0$; и б) минимальный [1], когда квантуется лишь действие (1), рассматриваемое на явных решениях связей первого рода

$$W_{(\pm)}^{\mathrm{Min}} = V_0(r_0)\int_0^T dt\left(\dot{\mu}P_{(\pm)} - \frac{\dot{P}_{(\pm)}}{2}\right). \tag{5}$$

С точки зрения принципа соответствия динамике классической теории, предпочтительнее второй метод, где остается граничная динамика шкалы с нетривиальной волновой функцией

$$\Psi^{\mathrm{Min}}(a) = A^{(+)}e^{iW_{(+)}(a)} + A^{(-)}e^{iW_{(-)}(a)}. \tag{6}$$

Отождествляя эту волновую функцию со спектральным представлением

$$W_{(\pm)}^{\mathrm{Min}} = \mp E_{\mathrm{Univ.}} T_Q(a), \quad \frac{dE_{\mathrm{Univ}}}{dT_Q} = 0, \tag{7}$$

получим еще одно определение времени «квантового наблюдателя». Отметим, что минимальный подход к квантованию может быть использован при квантовании модели релятивистской частицы, которая возникает из (1) заменой $\mu \to x^0$, $P_{(\pm)} \to \mp\sqrt{P_i^2 + m^2}$. В этой модели уравнение Фридмана (4) представляет собой преобразование Лоренца при переходе от времени покоя T_F к времени движущегося наблюдателя x^0, которое совпадает с квантовым временем спектрального представления (7).

4. Сравним два времени T_F и T_Q для Вселенной, заполненной «излучением» и «пылью» [3],

$$T_0^0(a) = \frac{1}{V_0(r_0)} \left[\frac{\varepsilon_R}{2r_0a^4} + \frac{M_d}{a^3}\right]. \qquad (8)$$

Решая уравнения (4) и (7), получим следующие выражения для масштаба a и времен T_Q, T_F как параметров от конформного времени η:

$$E_{\mathrm{Univ}} = \frac{\varepsilon_R}{2r_0} + \frac{\kappa_3^2 M_d^2}{4\pi^2 r_0} \equiv \frac{\pi^2}{4_0\kappa_3^2}\left[\tilde{\varepsilon} + \tilde{M}^2\right],\quad \tilde{M} = \frac{\kappa_3^2 M_d}{2\pi^2}, \qquad (9)$$

$$T_Q(\eta) = r_0\left(\eta + \frac{\tilde{M}}{\sqrt{\tilde{M}^2 + \tilde{\varepsilon}}}\mathrm{Sin}\,\eta\right);\quad a(\eta) = \frac{1}{r_0}\left(\tilde{M} - \sqrt{\tilde{M}^2 + \tilde{\varepsilon}}\,\mathrm{Cos}\,\eta\right), \qquad (10)$$

$$T_F(\eta) = \tilde{M}\eta + \sqrt{\tilde{M}^2 + \tilde{\varepsilon}}\,\mathrm{Sin}\,\eta. \qquad (11)$$

Если доминирует излучение, $\tilde{M} = 0$, то «квантовое» время T_Q совпадает с конформным ($T_Q = r_0\eta$) и меняется в бесконечных пределах, тогда как $T_F = \sqrt{\tilde{\varepsilon}}\,\mathrm{Sin}\,\eta$ меняется в конечном интервале. Если излучение отсутствует, то времена T_F и T_Q совпадают с точностью до коэффицента $\tilde{M}/r_0$, имеющего порядок 1 для параметров нашей Вселенной. Пыль (9) находится в состоянии покоя, и принцип соответствия, т.е. требование, чтобы классическое время совпадало с квантовым временем спектрального представления (7), (8), напоминает условие перенормировки эффективного ньютоновского самодействия массы Вселенной: $\kappa_3^2 M_d^2/2\pi^2 r_0 = M_d$, или $\tilde{M} = r_0$ (т.е. — простейший вариант уравнения Швингера — Дайсона).

Все эти результаты справедливы как для случая плоской Вселенной, так и для пространства Лобачевского. Мы хотим здесь подчеркнуть лишь одно обстоятельство. Если наблюдатель видит «квантовое» время (10), то решение вопроса о критической плотности становится еще более неопределенным, поскольку в уравнение для критической плотности входит классическая «ненаблюдаемая» постоянная Хаббла, которая может резко отличаться от «наблюдаемой».

В частности, из уравнений (10), (11) видно, что даже в случае бесконечно малой плотности излучения по сравнению с плотностью пыли $\tilde{\varepsilon} = 2\gamma \tilde{M}^2$, $2\gamma << 1$, отношение классической (H_F) и квантовой (H_Q) постоянных Хаббла осциллирует с периодом, не зависящим от γ:

$$\frac{H_F}{H_Q} = \frac{(1 + \cos\eta) - \gamma\cos\eta}{(1 + \cos\eta) + \gamma\cos\eta}. \qquad (12)$$

С другой стороны, открытая недавно крупномасштабная структура Вселенной, для объяснения которой используют осциллирующую постоянную Хаббла [4], может свидетельствовать, в контексте «квантового» определения наблюдаемого времени, о том, что мы живем в замкнутой осциллирующей Вселенной.

Автор хотел бы поблагодарить А.В.Ефремова, А.А.Изместьева, Э.А.Кураева за обсуждения и критические замечания. Автор благодарен Я.А.Смородинскому за постоянный интерес к работе.

Литература

1. Pervushin V.N. — Nuovo Cimento, 1985, vol.8, No.8, p.1;
Nguyen Suan Han, Pervushin V.N. — Fortsch.Phys. 1989, vol.37, p.611.
2. Faddeev L.D., Popov V.N. — Phys.Lett., 1967, B95, 29;
Фаддеев Л.Д., Попов В.Н. — УФН, 1973, 11, p.427.
3. Бурланков Д.Е., Дудышев В.М., Кочнев А.А. — ЖЭТФ, 1984, vol.87, c.705.
4. Hill C.T., Steinhardt P.J., Turner M.S. — Preprint FERMI-PUB-90/127T, Batavia, 1990;
Reasenberg R.D. et al. — Astrophys. J., 1979, vol.234, p.L219-221.

Рукопись поступила 9 октября 1992 года.